

## ネットワーク空間におけるコンサート問題と東京鉄道網への適用

A Concert Problem in a Network Space and Its Application to the Analysis of the Railway Network of Tokyo Metropolitan Area

田中健一  
Ken-ichi Tanaka

This paper proposes a maximum flow-covering location model considering the time dimension in a network space. The problem is to decide the location and the starting time of a concert (or any other service) that maximizes the total number of potential customers. The number of potential customers is defined as the number of office workers that can attend the concert after their work from start to end and can arrive home by a given time. This model is applied to the analysis of the optimal starting time of an evening graduate school using the railway network in Tokyo Metropolitan Area.

*Keywords* : concert problem, temporal axis, maximum flow-covering location problem

コンサート問題, 時間軸, 最大フローカバー問題

### 1 はじめに

これまで都市施設の最適配置問題に関する数多くの研究が行われてきたが、それらの多くは望ましい配置パターンを扱う空間的なモデルである<sup>3)</sup>。これに対し、将来の需要の不確実性を考慮するなど、何らかの意味で時間的な要因を明示的に扱った配置モデルも存在する<sup>2, 4)</sup>。

しかしながら、人々の一日の時間軸上の行動パターンを考慮した上で、施設の望ましいサービス提供時間帯（オープン時間帯）を追求したモデルは十分な蓄積が存在しない。このような背景から、田中（2006）および田中（2007）では、就業者が帰宅途中に一定時間施設に立ち寄ってサービスを受ける場面を想定し、立ち寄り可能者数を最大化するように、サービス提供場所とサービス開始時刻を同時に決定する最大カバー型の問題が提案されている<sup>7, 8)</sup>。この問題では、施設サービスの開始時刻が早すぎると退社後に開始時刻に間に合う人数が少なくなり、遅すぎると終了後に指定時刻までに帰宅できる人数が少なくなるというトレードオフの構造がモデル化されている。ここでは仮想的な都市モデルを用いた連続平面上の問題が扱われており、最適なサービス開始時刻の特徴を記述することに主眼が置かれている。

施設の立地場所のみならずサービス時間帯が施設運営にとって本質的となる場面は数多く存在する。したがって、施設配置モデルの枠組みに時間軸を導入し、都市施設の最適な時空間運営方法を議論するための基本モデルを構成することは極めて重要な課題である。

上記のモデル<sup>7, 8)</sup>は、様々な状況設定で再構成することにより、幅広い問題に適用可能となる。そこで本研究では、現実問題の分析へ応用するための基礎モデルを構築するために、ネットワーク空間において上記の問題を再構成する。さらに、このモデルを東京近郊の鉄道網データに適

用し、時空間的な立ち寄り易さを分析する。続いて、社会人が会社帰りに夜間大学院を利用する場面にこのモデルを応用し、いくつかの設定のもとで、最適なサービス開始時刻を求め、現状との比較分析を行う。なお、上記の問題<sup>7, 8)</sup>は、「コンサート問題」とよばれており、コンサートの主催者が、帰宅途中の就業者をできるだけ多く獲得できるように、コンサート会場とコンサートの開始時刻を同時に決定する問題として提示されている。以降でも、同様の状況設定のもとで説明を行う。

以下に、本研究に関連する、時間軸を考慮した施設配置モデルと立ち寄り利用型の施設を想定した配置モデルを概観する。

Drezner and Wesolowsky（1991）では、需要が時間とともに変化する状況を想定した最適配置モデルが提案されている<sup>4)</sup>。岡部・鈴木（1992）では、サービスが利用可能な時間帯を時間軸上に表現し、時空領域内での配置問題が扱われている<sup>5)</sup>。これらは、一日単位の時間軸上の行動を対象とする本研究とは本質的に視点が異なっている。瀬川・貞広（1996）では、就業者が通勤・帰宅途中に保育施設に立ち寄ることが可能な世帯数の分析が行われている<sup>6)</sup>。ここでは、時間軸を導入した上で、保育施設の立地や開園時間延長とサービス利用可能な世帯数との関係が分析されているものの、サービス時間帯をどのように設定すべきか、という時間軸上の最適化問題は扱われていない。

Berman et al.（1997）では、最大カバー型の立ち寄り利用施設の配置モデルが提案されている<sup>1)</sup>。そこでは、施設に立ち寄るための迂回距離がある値以下である移動者を「カバー可能な需要」と定義している。本研究では、時間軸を導入してカバー可能な需要を定義しているため、Bermanのモデルを拡張し、時空間領域で最大カバー問題を展開したモデルと位置付けることもできる。

## 2 モデルの仮定

図1のような、頂点集合  $V$  と辺集合  $E$  をもつグラフ  $G(V, E)$  を考え、頂点  $i$  から  $j$  への移動者が頂点  $x$  にあるコンサート会場に立ち寄り可能かどうかを時間軸を導入して考える。頂点数を  $n$  とし、 $V = \{1, 2, \dots, n\}$  と表す。各辺にはそこを通過する際に必要な所要時間が与えられているものとする。就業者の勤務地と居住地は頂点に集約されているものとする（以降では簡単のため勤務地を会社とよび居住地を家とよぶ）。以下を仮定する：

- (i) 任意の頂点对間の移動には最短時間を実現する経路が用いられるものとし、頂点  $i$ - $j$  間の最短所要時間を  $u_{ij}$  と表す；
- (ii) 頂点  $i$  に会社があり頂点  $j$  に家をもつ就業者数を  $p_{ij}$  と表す；
- (iii) 退社可能時刻の累積分布関数を  $F_{ij}(t)$  と表す。

退社可能時刻の累積分布関数  $F_{ij}(t)$  は、図2に示すように、頂点  $i$  から  $j$  への全移動者のうち、任意の時刻  $t$  までに仕事を終えて会社を出ることができる割合を記述する累積分布関数を意味する。また、最も早く退社する就業者の退社時刻を  $t = 0$  とする。

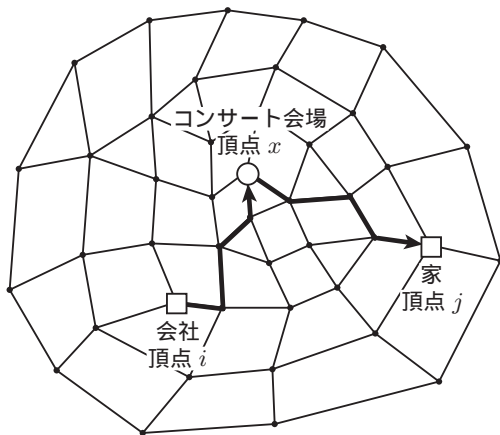


図1 ネットワーク上の移動

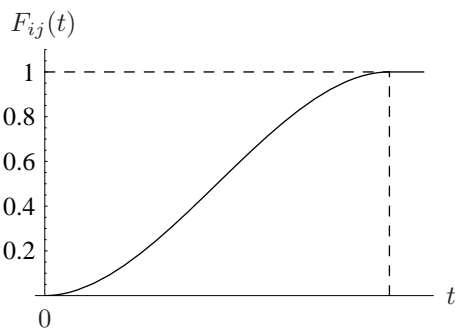


図2 退社時刻分布  $F_{ij}(t)$

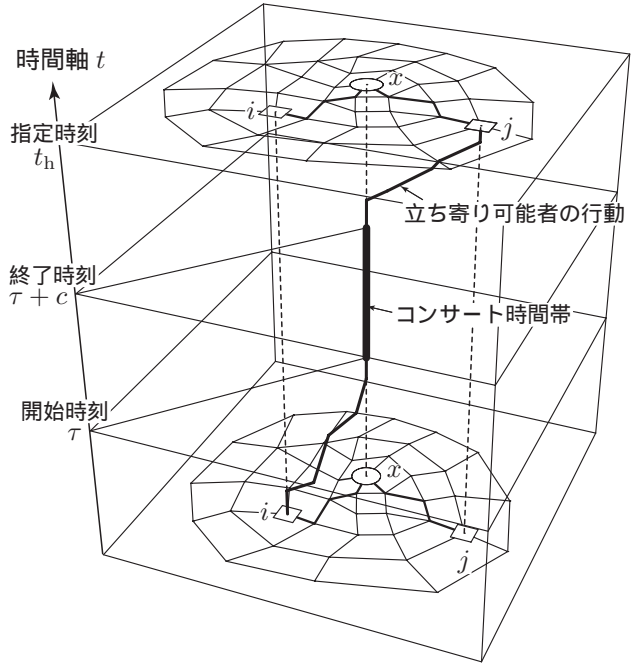


図3 時空間領域における立ち寄り可能者の移動経路

## 3 コンサート問題の定式化

ネットワーク空間におけるコンサート問題を定式化する。図3に示す、ネットワークに垂直な時間軸を導入した時空間領域を考える。コンサート会場がある頂点を  $x$ 、コンサートの開始時刻を  $\tau$  と表す。コンサートの時間帯を  $c$  と表し、固定された定数と考える。これより、コンサート終了時刻は  $\tau + c$  となる。コンサートの主催者が、頂点  $x$  にあるコンサート会場を選択し、コンサートを時刻  $\tau$  に開始する際の立ち寄り可能者数を、これらの関数として  $n(x, \tau)$  と表す。コンサート問題は、立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  を最大化する頂点  $x^*$  と開始時刻  $\tau^*$  を同時に見つける問題である。

立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  を以下のように定義する：

$n(x, \tau)$  : コンサートを始めから終わりまで聴くことができ、かつ指定時刻  $t_h$  までに家に帰れる人数

ここでは、コンサートを「始めから終わりまで聴いて初めて満足感を得られる」と考えている。また指定時刻  $t_h$  は、例えば「終電に間に合うように帰りたい」あるいは「最低11時までには家に帰りたい」といった門限を表現している。（なお、最大カバー問題で「カバーされる需要」とは潜在的な需要を意味し、実際の施設利用者とは異なる概念であることに注意されたい。）

立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  の導出手続きを説明する。図3に示す経路は、立ち寄り可能者（が実際にコンサートを聴きに行く場合）の移動経路を示している。立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  を導くためには、時空間領域内でこのような行動が可能な移動者を都市全体で数え上げればよい。そのために、まず指定された頂点对間の移動者集合に着目

し、立ち寄り可能者数を計算する手続きを説明する。

まず、以下の条件を満たす頂点集合  $A$  と頂点集合  $B$  に着目する。頂点集合  $A$  として、コンサート会場のある頂点  $x$  までの所要時間が  $\tau$  以内の頂点集合、頂点集合  $B$  として、頂点  $x$  からの所要時間が  $t_h - \tau - c$  以内の頂点集合を考える。(ここで  $t_h - \tau - c$  はコンサート終了時刻から指定時刻  $t_h$  までの時間を意味する。)

ある通勤者が立ち寄り可能者であるためには、領域  $A$  内の頂点に会社がありかつ領域  $B$  内の頂点に家をもつことが必要である。いま、領域  $A$  内の頂点  $i \in A$  に会社があり、領域  $B$  内の頂点  $j \in B$  に家をもつ就業者集合  $S$  を考える。 $S$  の人数  $p_{ij}$  のうち立ち寄り可能者がどれだけいるかを考える。 $S$  に含まれる人が立ち寄り可能者となるための条件は、会社退社後にコンサート開始時刻  $\tau$  に間に合うことである。この条件は、( $i-x$  間の所要時間が  $u_{ix}$  であることから)

$$t = \tau - u_{ix}$$

までに退社可能であること、と言い換えることができる。ここで、 $i-j$  間の移動者のうち時刻  $t = \tau - u_{ix}$  までに退社可能な割合は

$$F_{ij}(\tau - u_{ix})$$

だから、 $S$  内の立ち寄り可能者数は

$$F_{ij}(\tau - u_{ix}) \cdot p_{ij}$$

となる。都市全体での立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  は、領域  $A$  と領域  $B$  のすべての頂点ペアについての和をとることで求められる。以上より、ネットワーク空間におけるコンサート問題は以下のように記述される：

#### 【ネットワーク空間におけるコンサート問題】

$$\begin{aligned} \max_{x, \tau} \quad & n(x, \tau) = \sum_{i \in A} \sum_{j \in B} F_{ij}(\tau - u_{ix}) p_{ij} \\ \text{s. t.} \quad & 0 \leq \tau \leq t_h - c. \end{aligned}$$

ここで、コンサート終了時刻は指定時刻  $t_h$  以下でなければならないのでコンサート開始時刻の上限は  $t_h - c$  となる。

#### 4 数値例

鉄道網データを用いた数値例を示す。使用データは以下のように作成した：国土地理院発行平成 13 年度版数値地図 25000 (地名・公共施設) より、東京駅を中心とする半径 30km の円内に存在する主要な鉄道駅を抽出し、図 4 に示すネットワークデータを構成した。使用駅数は 816 駅である(以降で使用する、東京駅、武蔵境駅、国立駅、飯

田橋駅も同時に示す)。隣り合う駅間の所要時間は駅間の直線距離に比例すると仮定する。駅間直線距離は、駅の緯度・経度情報を平面直角座標系に変換して計算した値を用いる。これをもとに、全頂点对間の最短経路問題を解くことで、任意の駅間所要時間  $u_{ij} (i, j \in V)$  を計算できる。以降では、駅間移動者数や退社時刻分布や指定時刻  $t_h$  などはいずれも仮想的な値を用いる。単純な設定のもとでの数値結果を分析し、東京圏の鉄道網の形状がもつ時空間的な立ち寄り易さの特徴を考察する。

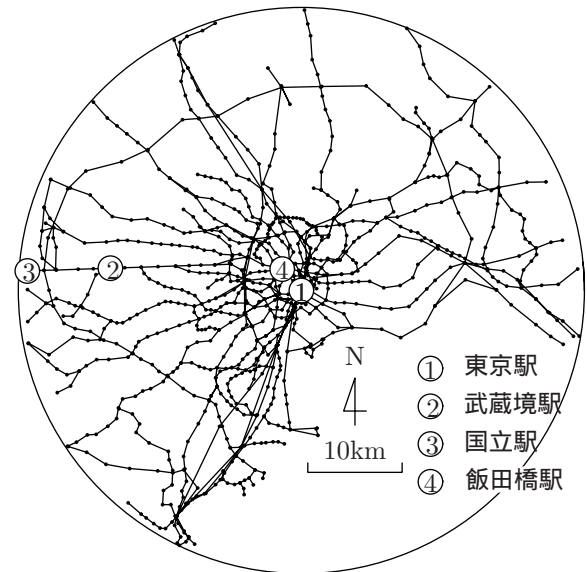


図 4 分析に使用する東京近郊の鉄道網

$n(x, \tau)$  を計算するプログラムを C++ 言語を用いて作成した。本節の数値結果では、各パラメータの値として以下のものを採用する：コンサート時間帯を  $c = 3$  時間、最長距離の駅対間の所要時間を 2 時間、指定帰宅時刻を  $t_h = 23$  時とする。また、任意の駅対間に等しい頻度で会社と家とのトリップが発生する(すべての  $i-j$  ペアについて  $p_{ij} = 1$ ) と仮定する。退社時刻分布  $F_{ij}(t)$  はすべての駅対  $i-j$  間の移動について共通であると仮定し、17 時から 21 時までの線形増加関数で与える。

図 5 から図 9 に、コンサート開始時刻  $\tau$  を固定した際の、各駅の立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  (の全移動者に対する割合) の分布を示す ( $n(x, \tau)$  の値に比例した半径の円を各駅に描画している)。開始時刻として、 $\tau = 17$  時 30 分、18 時、18 時 30 分、19 時、19 時 30 分の 5 通りを用いる。都市中心部にあるコンサート会場ほど立地場所として優れていることが分かる。17 時 30 分では立ち寄り可能者数は極めて小さく、次第に増加し 19 時で最も大きな値を取ることが分かる。19 時 30 分になると全体的に小さな値となっており、コンサート終了後に帰宅できる割合が小さくなる影響が現れている。

図 10 に、図 4 の、3 つの固定駅 (① 東京駅、② 武蔵境駅、③ 国立駅) における、立ち寄り可能者数の開始時



刻に対する変化を示す。都心部に近い駅ほど、立ち寄り可能者数が大きいことが見て取れる。図 10 より、最適な開始時刻  $\tau^*$  が駅によって異なることが分かる。また、郊外にある国立駅では、 $t = \tau^*$  を過ぎると、立ち寄り可能者数が大きく減少する様子が見て取れる。

次に、立ち寄り可能者数を最大化する最適開始時刻  $\tau^*$  とそのときの値  $n(x, \tau^*)$  を計算する。図 11 に、各駅の最大の立ち寄り可能者数  $n(x, \tau^*)$  を示す ( $n(x, \tau^*)$  の値に比例した半径の円を各駅に描画している)。また、表 1 に上位 10 駅の立ち寄り可能者数を示す。主要なターミナル駅や東京中心部の地下鉄駅が上位を占めていることが分かる。また、都心からやや離れた地点でも、西南部地域の立ち寄り可能者数は比較的多いことが分かる。図 12 に、駅毎の最適開始時刻  $\tau^*$  の分布を示す ( $\tau^*$  の最小値は 18 時 40 分、最大値は 19 時 12 分となった)。全体的には都心部と西南部の地域で最適開始時刻は遅くなっている。

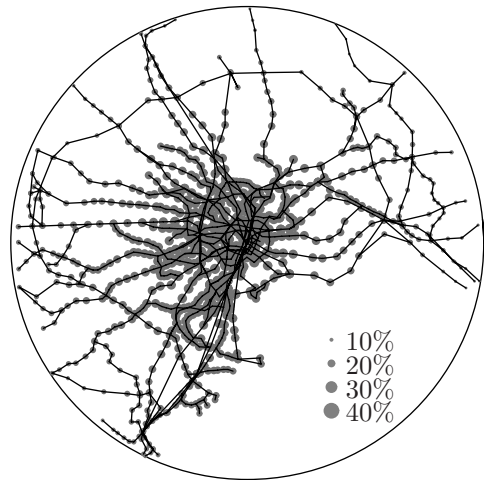


図 7 立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  ( $\tau = 18$  時 30 分)

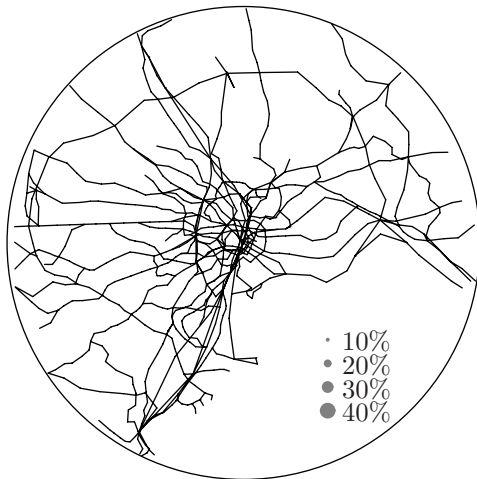


図 5 立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  ( $\tau = 17$  時 30 分)

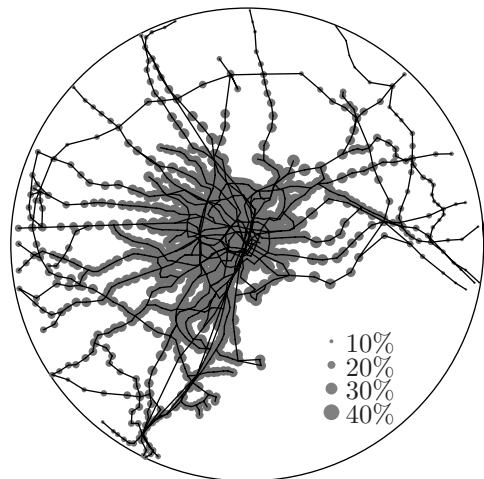


図 8 立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  ( $\tau = 19$  時)

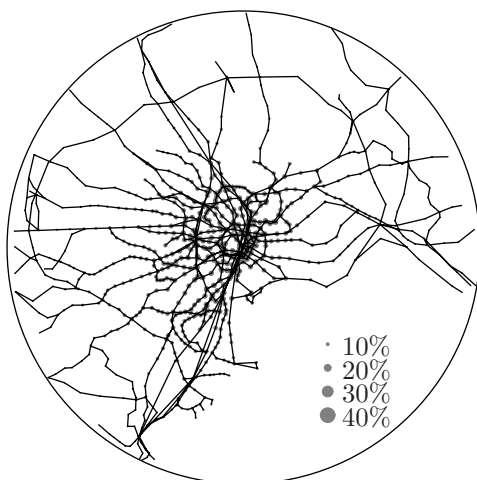


図 6 立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  ( $\tau = 18$  時)

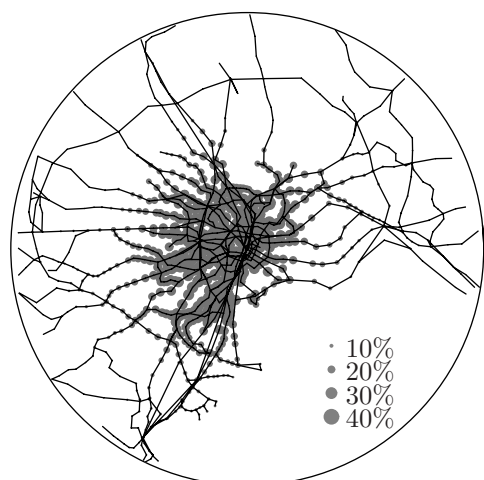


図 9 立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  ( $\tau = 19$  時 30 分)

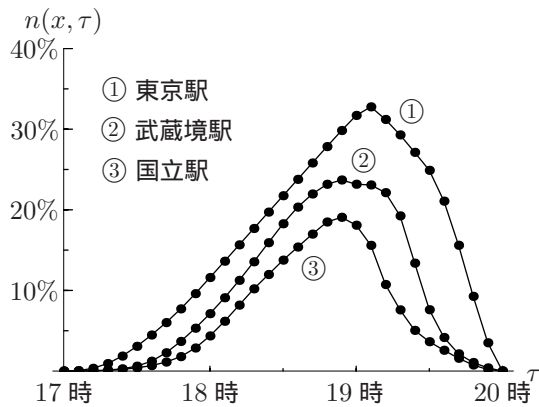


図 10 立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  の開始時刻  $\tau$  に関する変化

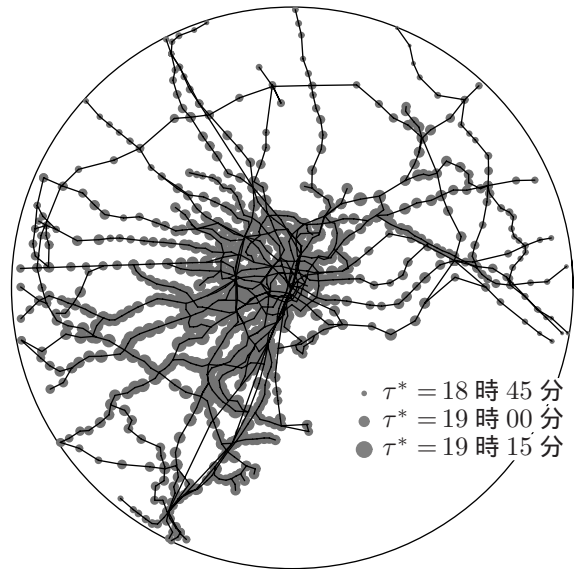


図 12 各駅における最適な開始時刻  $\tau^*$

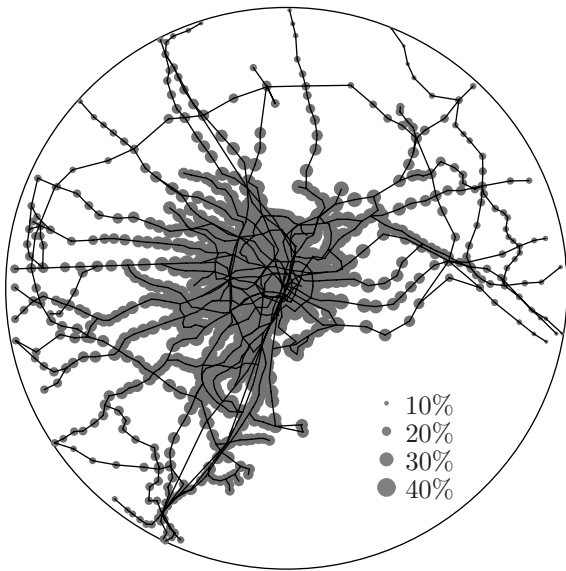


図 11 各駅における立ち寄り可能者数の最大値  $n(x, \tau^*)$

表 1 立ち寄り可能者数の最大値の上位 10 駅とその値

順位	駅名	立ち寄り可能者数 [%]
1	上野	41.05
2	浜松町	41.02
3	大門	40.92
4	秋葉原	40.66
5	仲御徒町	40.65
6	新橋	40.62
7	赤羽橋	40.56
8	銀座	40.39
9	御茶ノ水	40.37
10	有楽町	40.31

### 5 夜間大学院の時間割の設定問題への応用

本節では、社会人対象の夜間コースをもつ大学院の時間割分析にコンサート問題を応用する。開始時刻が早過ぎると多くの社会人が授業開始に間に合わなくなり、開始時刻が遅過ぎると帰宅時刻が遅くなるため、時間割をどう設定するかは大学院の運営上極めて重要な問題である。分析対象として、飯田橋駅を最寄り駅とする、東京理科大学専門職大学院総合科学技術経営研究科を選択する。なお、分析に際し以下の URL を参照した（2008年2月現在）：  
[http://most.tus.ac.jp/mod\\_learns/learns04.b.php](http://most.tus.ac.jp/mod_learns/learns04.b.php)

この大学院では、通常の昼間開講の授業に加え、社会人が平日の夜に学習するためのカリキュラムも備えており、図 13 に示すように、6 時限（18 時 30 分から 20 時まで）と 7 時限（20 時 10 分から 21 時 40 分まで）が開講されている。以下では、会社帰りに 6 時限と 7 時限の両方に出席し（ $c = 3$  時間 10 分）指定時刻  $t_h$  までに帰宅可能な社会人の人数を立ち寄り可能者数と考え、コンサート問題の枠組みを適用する。各パラメータの値として、 $c = 3$  時間 10 分、最長距離の駅対間の所要時間を 2 時間、任意の駅対間に等しい頻度で会社と家との間のトリップが発生する（すべての  $i-j$  ペアについて  $p_{ij} = 1$ ）と仮定する。退社時刻分布  $F_{ij}(t)$  はすべての駅対  $i-j$  間の移動について共通であると仮定し、17 時から 21 時までの線形増加関数で与える（図 13）。帰宅時刻として  $t_h = 22$  時、 $t_h = 22$  時 30 分および  $t_h = 23$  時の 3 通りのシナリオを考える。

図 14 に 3 通りのシナリオ ①、②、③ に対応する、立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  の開始時刻  $\tau$  に関する変化を示す。表 2 に 3 通りのシナリオ ①、②、③ の最適開始時刻と現状の開始時刻を比較した結果を示す。両者は比較的良好一致している様子が見て取れる。

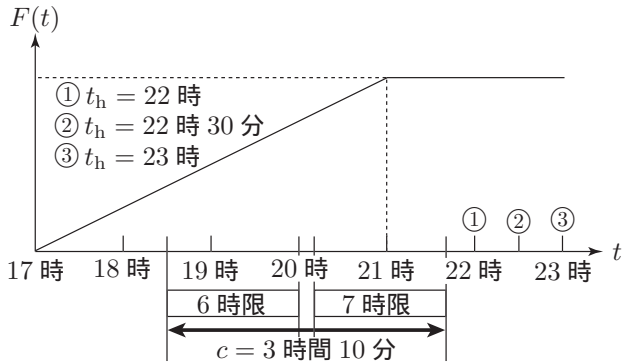


図 13 夜間大学院の時間割

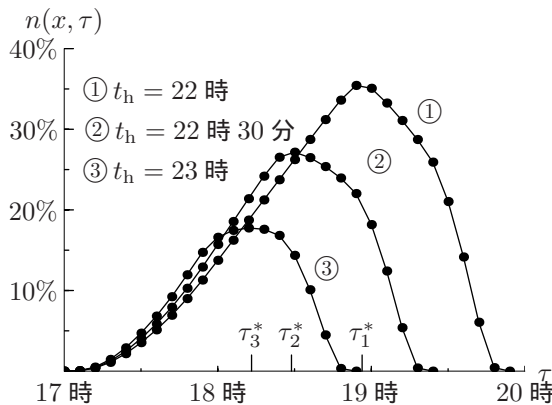


図 14 立ち寄り可能者数  $n(x, \tau)$  の開始時刻  $\tau$  に関する変化

表 2 各シナリオの最適開始時刻と現状の開始時刻の比較

① $\tau_1^*$	② $\tau_2^*$	③ $\tau_3^*$	現状
18時13分	18時29分	18時54分	18時30分

## 6 おわりに

本稿では、帰宅途中に立ち寄って施設サービスを利用する場面を想定し、立ち寄り可能者数を最大化するように、施設位置とサービス開始時刻を同時に決定するモデルをネットワーク空間で構成した。問題の構造を分かりやすく記述するため、モデルの仮定に関しては単純なものを採用した。このモデルを土台に様々な方向への拡張が可能である。以下に今後行うべき研究を列挙する。

- (i) 潜在客数の定義を一般化した場合の定式化
- (ii) 時空間移動コスト最小化問題の定式化
- (iii) 複数施設の場合への拡張
- (iv) 帰宅時刻  $t_h$  が通勤者によって異なる場合の定式化
- (v) 現実の時空間的な需要データを用いた分析

スポーツクラブや飲食店、博物館などの多くの施設の運営にとっては、「一定の時間以上立ち寄り可能な人数を最大化する」という視点が自然であろう。このモデルへの拡張は、今回と同様の枠組みで比較的容易に行える。

利用者にとっての最適な施設運営計画も重要である。空間的な移動コストに、待ち時間コストや施設利用時刻に依存したコスト等を導入することで、時空間領域の移動コスト最小化問題を構成できる。これを用い、病院や保育園などの公共性の強い施設の配置・開設時間帯の評価モデル・最適化モデルを構成することも重要である。

施設数は1つのみとしたが、本稿で扱ったモデルを複数施設のバージョンへと拡張することも可能である。さらに、競合店舗の存在を仮定した上で、新規に参入する店舗を複数配置する時空間競合立地モデルも興味深い。

今回の分析では、駅間移動者数や退社時刻分布の需要、指定時刻  $t_h$  などとはすべて仮想的なものを設定した。現実の駅間 OD データや時空間行動データなどから、時空間的な需要データを作成し、実証分析を行うことは今後の重要な研究テーマである。

## 謝辞

本研究を進める際に、文部科学省 科学研究費補助金 若手研究 (B)「移動エネルギー消費と移動効率に着目した交通網の評価モデルと最適設計に関する研究」(課題番号: 18710139) の補助を受けました。ここに謝意を表します。

## 参考文献

- 1) Berman, O.: Deterministic flow-demand location problems, *Journal of Operational Research Society*, Vol. 48, pp. 75-81, 1997.
- 2) Current, J., Ratick, S. and ReVelle, C.: Dynamic facility location when the total number of facilities is uncertain: A decision analysis approach, *European Journal of Operational Research*, Vol. 110, pp. 597-609, 1998.
- 3) Drezner, Z. and Hamacher, H.W. (eds.): *Facility Location: Applications and Theory*, Springer, New York, 2001.
- 4) Drezner, Z. and Wesolowsky, G.O.: Facility location when demand is time dependent, *Naval Research Logistics*, Vol. 38, pp. 763-777.
- 5) 岡部篤行, 鈴木敦夫: 周期的にサービスする施設の最適配置問題: 定期市問題, 『最適配置の数理』, 第8章, 1992.
- 6) 瀬川祥子, 貞広幸雄 (1996): GIS を利用した保育施設計画立案支援システムの開発, GIS—理論と応用, Vol. 4, No. 1, pp. 11-18, 1996.
- 7) 田中健一 (2006): 時間軸を考慮した捕捉フロー最大化問題, 都市計画論文集, No. 41, pp. 265-270, 1991.
- 8) 田中健一: 円盤都市における時間軸を考慮した捕捉フロー最大化問題, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 創立 50 周年記念事業 SSOR アブストラクト集 P-10, 2007.